

Motores Acoplados 2: Análisis y Control

Marco Antonio Pérez Cisneros*, Hilde Hagadoorn⁺ y Mark Readman⁺

*División de Electrónica y Computación, CUCEI, Universidad de Guadalajara, México.

⁺Consultores “Control Systems Principles”

RESUMEN: Este es uno de una serie de artículos sobre análisis, control y modelado de sistemas, preparado por Control Systems Principles.co.uk para dar una introducción a los procesos y principios de control. En los sistemas de control hay un gran número de sistemas y métodos genéricos los cuales son encontrados en todas las áreas de la industria y la tecnología. Estos artículos permiten explicar esos sistemas y métodos en sencillos temas. Los manuales describen lo que hace un tipo particular tipo de sistema y de método, cómo trabaja y después demuestra cómo controlarlo. Las demostraciones de control están desarrolladas usando modelos de sistemas reales diseñados por nuestro fundador y compañero Peter Wellstead, y han sido montados por TQ Education and Training Ltd en su rango de equipamiento CE2000 junto con el CE108.

1. Introducción

El experimento de los motores acoplados es un sistema multivariable diseñado para el control en la velocidad y en la tensión. Como se describió en el primer artículo, dos motores son conectados a una polea con una banda que actúa como un acoplamiento flexible. El acoplamiento dinámico entre los motores y la polea es esperado por la banda del motor. Mediante la variación de la velocidad del motor, puede ser controlada la posición vertical y la velocidad rotacional de la polea. Los sistemas de la banda del motor son usados extensivamente en la industria automotriz junto con el control de la tensión activa y pasiva. El control de la velocidad y la tensión son un tema importante en las industrias de papel y acero. Normalmente en esas áreas la tensión es controlada por variaciones en la velocidad de la web en las diferentes situaciones. Las maquiladoras de papel o acero actúan como una banda flexible. El control de las vibraciones es también un tema importante en las bandas de los motores de trenes y un buen tópico de búsqueda.

El primer artículo de motores acoplados (ver www.control-systems-principles.com.uk y dirigirse a la página de desarrollos), describió los dinamismos de los procesos de los motores acoplados. En este artículo vamos a describir los dinamismos de forma diferente y hacer una serie de experimentos con el CE108. El software CE2000 es usado para investigar el control de los lazos cerrados de los sistemas de motores acoplados. Este es un problema de control multivariable y se demostrará el uso de un precompensador para desacoplar la dinámica del lazo cerrado en dos funciones de transferencia de Entrada Única, Salida Única (SISO por sus siglas en inglés). Esto permite diseñar métodos para ser aplicados a la tensión y velocidad del lazo.

Estos ejercicios de control son ilustrados en los videoclips del sitio web de control-systems-principles.

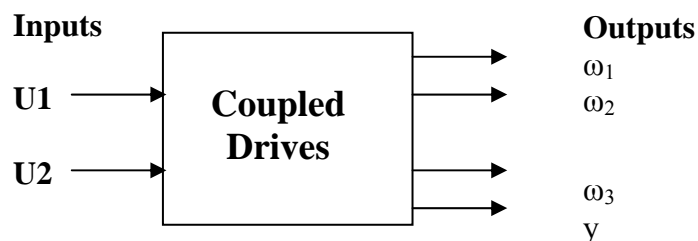


Figura 1. Diagrama a bloques del sistema de motores acoplados.

En el diagrama de bloques de la página anterior, $\omega_{1,2}$ son las velocidades del motor y ω_3 es la velocidad de la polea, y es la tensión de salida. Observaremos también el control de la velocidad multivariable donde el objetivo es controlar independientemente la velocidad de cada motor.

2. Ecuaciones dinámicas

Las ecuaciones dinámicas de Euler y Newton para los sistemas de motores acoplados son desarrollados en el artículo publicado en: <http://www.control-systems-principles.co.uk/coupled-drives-system.pdf>

Aquí mostramos una forma alternativa de desarrollar las bases de las ecuaciones dinámicas basándonos en técnicas desarrolladas por Lagrange [1]. La notación usada aquí, continuará en el artículo de arriba. Valores nominales de las unidades mostradas son usados para obtener resultados simulados.

Notación (Unidades y valores nominales en corchetes)

$\theta_{1,2}$	Motor _{1,2} angular position (rad)
θ_3	Jockey pulley angular position (rad)
$\omega_{1,2}$	Motor _{1,2} pulley angular velocity (rad/sec)
ω_3	Jockey pulley angular velocity (rad/sec)
x	Jockey pulley linear position (m)
$I_{1,2}$	Motor _{1,2} inertia (8e-4 kg m ²)
I_3	Jockey pulley inertia (4e-4 kg m ²)
m	Jockey pulley mass (0.35 kg)
r	Radius all pulleys (0.03 m)
k	Belt stiffness (50 Nm ⁻¹)
k_0	Jockey spring stiffness (200 Nm ⁻¹)
$b_{1,2}$	Motor friction (9e-2 Nms ⁻¹)
b_3	Pulley friction (angular 1e-3 Nms ⁻¹)
b_m	Pulley friction (translation 0.5 Ns ⁻¹)
α	Angle (rad)

Primero, escribimos las expresiones para la energía cinética, la energía potencial y la disipación y unión desarrolladas por Lagrange. Después, usamos ecuaciones de Lagrange para obtener la dinámica. Una imagen de los motores acoplados es mostrada en el artículo anterior.

Energía Cinética

Observe en el siguiente análisis que la inercia de la polea del dispositivo I_3 es tomada como cero y la mayoría de las bandas del motor también. Con estas suposiciones, la energía cinética para el sistema es:

$$T = \frac{1}{2}m\dot{x}^2 + \frac{1}{2}I_1\dot{\theta}_1^2 + \frac{1}{2}I_2\dot{\theta}_2^2 \quad (1)$$

Energía Potencial

De las relaciones cinemáticas entre la posición de la polea y la banda se muestra en la figura 2, la siguiente expresión para la energía potencial es obtenida.

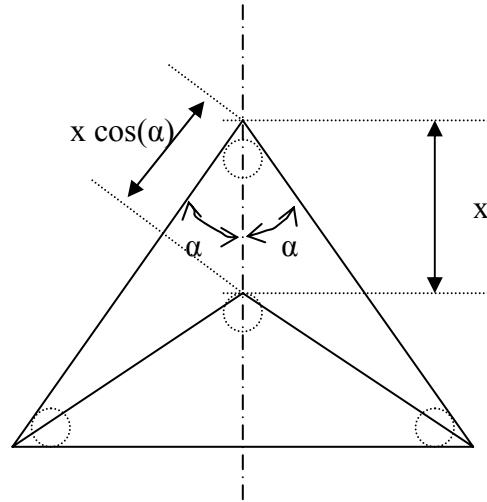


Figura 2. Cálculo de la Energía Potencial.

$$V = \frac{1}{2}k[r(\theta_1 - \theta_2)]^2 + \frac{1}{2}k[r(\theta_1 - \theta_3) - x \cos(\alpha)]^2 + \frac{1}{2}k[r(\theta_3 - \theta_2) - x \cos(\alpha)]^2 + \frac{1}{2}k_0x^2 \quad (2)$$

Con la suposición de que:

$$\theta_3 = \frac{\theta_1 + \theta_2}{2} \quad (2)$$

La expresión simplificada para la energía potencial es:

$$V = \frac{1}{2}k[r(\theta_1 - \theta_2)]^2 + k\left[\frac{r}{2}(\theta_1 - \theta_2) - x \cos(\alpha)\right]^2 + \frac{1}{2}k_0x^2 \quad (3)$$

Disipación

Aquí consideramos solamente la disipación esperada para los motores y la mayoría de los controladores de las poleas.

$$R = \frac{1}{2}b_1\dot{\theta}_1^2 + \frac{1}{2}b_2\dot{\theta}_2^2 + \frac{1}{2}b_0\dot{x}^2 \quad (4)$$

La fricción de la polea se toma como cero.

Ecuación de Lagrange

Obtenemos la ecuación dinámica usando:

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_i} - \frac{\partial L}{\partial \theta_i} + \frac{\partial R}{\partial \dot{\theta}_i} = u_i \quad i = 1, 2 \quad (5)$$

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{x}} - \frac{\partial L}{\partial x} + \frac{\partial R}{\partial \dot{x}} = 0$$

Estas ecuaciones se pueden obtener de la siguiente forma:

$$M \ddot{z} + B \dot{z} + K_s z = U \quad (6)$$

Donde:

$$z = (\theta_1 \quad \theta_2 \quad x)^T \quad \text{and} \quad U = (u_1 \quad u_2 \quad 0)^T$$

$$M = \begin{pmatrix} I_1 & 0 & 0 \\ 0 & I_2 & 0 \\ 0 & 0 & m \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} b_1 & 0 & 0 \\ 0 & b_2 & 0 \\ 0 & 0 & b_0 \end{pmatrix}, \quad K_s = \begin{pmatrix} \frac{3}{2}kr^2 & -\frac{3}{2}kr^2 & -kr \cos(\alpha) \\ -\frac{3}{2}kr^2 & \frac{3}{2}kr^2 & kr \cos(\alpha) \\ -kr \cos(\alpha) & kr \cos(\alpha) & k_0 + 2k \cos^2(\alpha) \end{pmatrix} \quad (7)$$

Acoplamiento dinámico entre los motores y la posición y rotación de las poleas es esperado para la banda del motor. Esta información es contenida en la rigidez de la matriz K_s . Por lo que es la rigidez de la matriz la que provee el acople dinámico en las ecuaciones dinámicas.

$$\left. \begin{array}{l} 0^\circ \\ \alpha = 30^\circ \\ 90^\circ \end{array} \right\} = \begin{array}{l} \text{Max coupling} \\ \text{Coupled drives} \\ \text{Decoupled} \end{array}$$

Para los motores acoplados tenemos que $\alpha = 30^\circ$ so $\cos(\alpha) = \sqrt{3}/2$ y la matriz se convierte en: (en realidad $\alpha(x, t)$ pero asumimos que $\alpha = \text{constante}$).

$$K = \begin{pmatrix} \frac{3}{2}kr^2 & -\frac{3}{2}kr^2 & -\frac{\sqrt{3}}{2}kr \\ -\frac{3}{2}kr^2 & \frac{3}{2}kr^2 & \frac{\sqrt{3}}{2}kr \\ -\frac{\sqrt{3}}{2}kr & \frac{\sqrt{3}}{2}kr & k_0 + \frac{3}{2}k \end{pmatrix} \quad (8)$$

Función de Transferencia

Escribir las ecuaciones dinámicas de la forma (Observe que la matriz de inercia M es positiva y por lo tanto invertible):

$$\ddot{z} + M^{-1}B \dot{z} + M^{-1}K z = M^{-1}U \quad (9)$$

y usando la transformada de Laplace obtenemos:

$$z(s) = G(s) U(s) \quad (10)$$

donde:

$$G(s) = (s^2 + M^{-1}B s + M^{-1}K)^{-1} M^{-1} \quad (11)$$

y las salidas son:

$$z = (\theta_1 \quad \theta_2 \quad x)^T$$

Las entradas pueden ser escritas como:

$$U(s) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix} = K_{in} \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix} \quad (12)$$

Las salidas por las que nos interesamos son la velocidad angular de la polea y la tensión. La posición angular es definida en la ecuación (3). Para diferenciar la posición angular obtenemos la velocidad angular, de esta forma podemos escribir la ecuación de salida como:

$$\begin{pmatrix} \omega_3 \\ x \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{s}{2} & \frac{s}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ x \end{pmatrix} = K_{out} \begin{pmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ x \end{pmatrix} \quad (13)$$

y obtener la función de transferencia de la entrada del motor para controlar la velocidad y la tensión

$$\begin{pmatrix} \omega_3 \\ x \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{s}{2} & \frac{s}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ x \end{pmatrix} \quad (14)$$

por lo que finalmente

$$\begin{pmatrix} \omega_3 \\ x \end{pmatrix} = P(s) \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix} \quad (15)$$

donde:

$$P(s) = K_{out} G(s) K_{in} = \begin{pmatrix} G_{\omega} & G_{\omega} \\ -G_x & G_x \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} G_{\omega} & 0 \\ 0 & G_x \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \quad (16)$$

$$G_{\omega} = \frac{1}{2(Is + b)}$$

$$G_x = \frac{\sqrt{3}kr}{(Is^2 + 3kr^2)(2ms^2 + 2k_0 + 3k) - 3k^2r^2}$$
(17)

Observe que los factores de humedad en la tensión de la función de transferencia han sido despreciados para simplificar.

También observe que los cálculos anteriores son más fácilmente realizados usando un paquete de manipulación simbólico como DERIVADA. El sensor de la ganancia de la matriz es:

$$K_{sen} = \begin{pmatrix} K_{speed} & 0 \\ 0 & K_{tension} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.001 & 0 \\ 0 & 10 \end{pmatrix} \quad (18)$$

Usando los valores variables anteriores nos da el modelo dinámico y multiplicándolo por la ganancia del sensor da:

$$K_{sen} \begin{pmatrix} G_{\omega} & 0 \\ 0 & G_x \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{0.3s+1} & 0 \\ 0 & \frac{-185600}{(s^2+11s+150)(s^2+1.6s+800)} \end{pmatrix} \quad (19)$$

3. Control de la velocidad de la Tensión y el Jockey

Escribiendo la función de transferencia como la mostrada en la ecuación 22, se sugiere usar un precompensador constante para desacoplar las dinámicas de la tensión y velocidad del jockey.

$$\begin{pmatrix} \omega_3 \\ x \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} G_{\omega} & 0 \\ 0 & G_x \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix} \quad (20)$$

Esto permite al sistema MIMO ser tratado como dos sistemas SISO. Aplicando el precompensador

$$K(s) = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \quad (21)$$

desacopla la velocidad y tensión del jockey por lo que el sistema desacoplado se convierte en:

$$P(s)K(s) = \begin{pmatrix} \frac{1}{0.3s+1} & 0 \\ 0 & \frac{-185600}{(s^2+11s+150)(s^2+1.6s+800)} \end{pmatrix} \quad (22)$$

Ambas funciones de transferencia son estables pero observe que un cambio de signo ha ocurrido en la tensión dinámica. El diagrama de bloques de la figura 3 muestra la planta con el precompensador desacoplando. Ahora $r_1(s)$ y $r_2(s)$ son las entradas de control y $\omega_3(s)$ y $y(s)$ son las salidas de velocidad y tensión respectivamente.

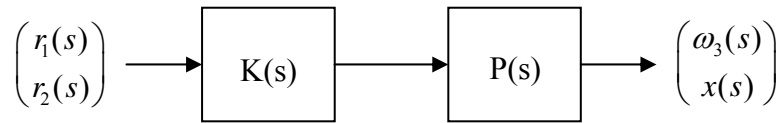


Figura 3. Diagonalización del precompensador $K(s)$

Dinámicas de lazo abierto.

En este experimento obtuvimos primero la respuesta en lazo abierto de las dinámicas de la velocidad y la tensión. Esto ilustra el uso de precompensador para desacoplar la velocidad del jockey del lazo de control de la tensión. El CE2000 mostrado en la figura 3 es usado para los experimentos a lazo abierto. Para examinar el desacoplo de la dinámica de la velocidad, la tensión es activada en cero y una onda cuadrada es aplicada a la velocidad de entrada. Esto aplica la misma señal de control en ambos motores. La velocidad nominal de la polea fue activada a -2 Volts. La velocidad de salida es la respuesta a la onda cuadrada de entrada mientras que la tensión de salida muestra una pequeña interacción en la Figura 4.

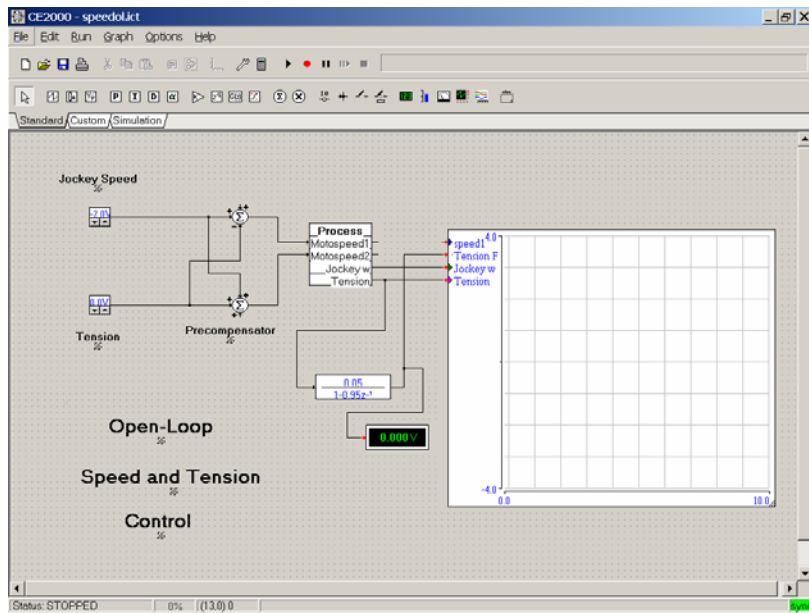


Figura 4. Prueba de la velocidad de lazo abierto y tensión del Jockey.

Para examinar la dinámica del desacoplo de la tensión, la entrada de la velocidad es activada a un voltaje nominal de 2 Volts. Una onda cuadrada es aplicada a la tensión de entrada. En la figura 5 mostramos la tensión de salida sin procesar y la filtrada. Los pasos del filtrado son usados para filtrar el dato de la tensión sin procesar, donde $\beta=0.95$. Observe que en este caso existe alguna interacción con

$$F(z) = \frac{1 - \beta}{1 - \beta z^{-1}} \quad (23)$$

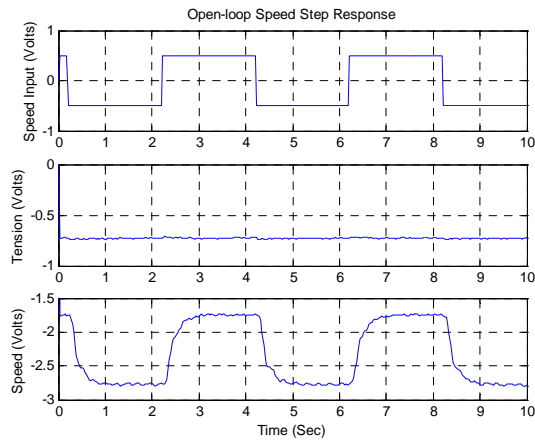


Figura 5. Respuesta de lazo abierto al Escalón unitario.

la velocidad del jockey. La tensión dinámica contiene un par de poleas contaminadas con frecuencias naturales de 25 y 18 rad/sec respectivamente.

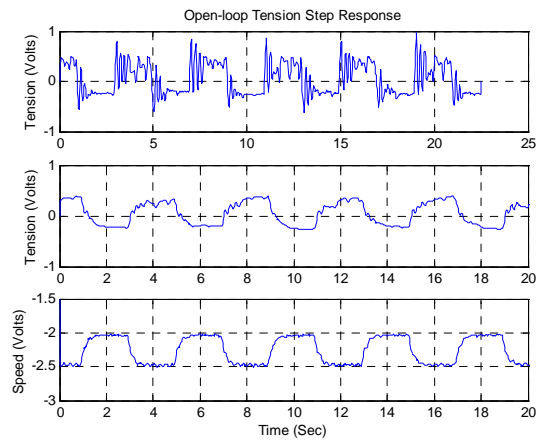


Figura 6. Respuesta de la Tensión del Jockey al Escalón unitario de lazo abierto.

Controlador de la velocidad del jockey

La función de transferencia desacoplada puede ser aproximada por la función de transferencia controlada por un controlador PI:

$$P(s) = \frac{1}{\tau s + 1} \quad \tau \approx 0.3 \quad (24)$$

$$K_{\omega}(s) = K_p + \frac{K_I}{s}$$

La ganancia de lazo es:

$$L(s) = P(s)K(s) = \frac{K_p s + K_i}{s(\tau s + 1)} \quad (25)$$

y la sensibilidad y las funciones de sensibilidad complementaria son:

$$S(s) = \frac{1}{1+L(s)} = \frac{s(s + \frac{1}{\tau})}{s^2 + \frac{(1+K_p)}{\tau}s + \frac{K_i}{\tau}}$$

$$T(s) = L(s)S(s) = \frac{\frac{K_p}{\tau}(s + \frac{K_i}{\tau})}{s^2 + \frac{(1+K_p)}{\tau}s + \frac{K_i}{\tau}}$$
(26)

Las ganancias integrales y proporcionales para controlar la velocidad pueden ser sintonizadas en línea. En este experimento fueron seleccionados los valores siguientes:

$$K_p = 1.0, \quad K_i = 5.0$$

Sustituyendo los valores anteriores dentro de la función de transferencia da la dinámica de lazo cerrado

$$T(s) = \frac{3.33(s + 5)}{s^2 + 6.6676s + 16.67}$$

y la respuesta se muestra en la figura 6.

La posición de cero en la función de sensibilidad complementaria T(s) puede tener un gran efecto sobre la respuesta. Ver el capítulo 5 para detalles.

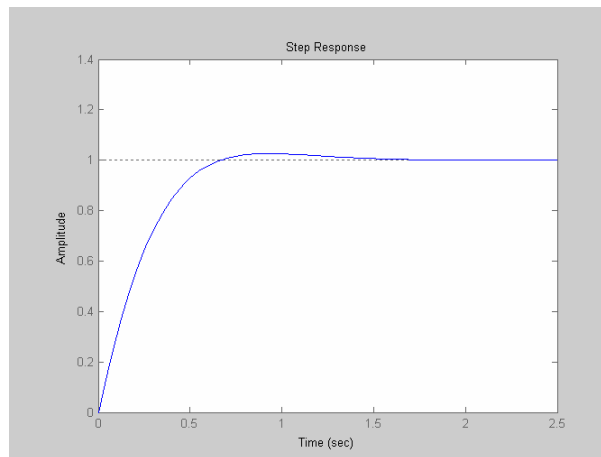


Figura 7. Respuesta simulada al Escalón unitario en la velocidad del Jockey

Control de tensión

Del modelo del sistema de motores acoplados, la dinámica de tensión desacoplada nominal puede ser aproximada por la función de transferencia:

$$P(s) = \frac{-185600}{(s^2 + 11s + 150)(s^2 + 1.6s + 800)} \quad (27)$$

Esta es una función de transferencia estable con dos pares de polos complejos. Hay un par de rápidos amortiguadores de polos con una frecuencia natural esperada de 5 Hz para la posición del Jockey, y un par de amortiguadores lentos de polos con una frecuencia natural de aproximadamente 2 Hz alimentado por el acoplo elástico rotacional entre los dos motores y la polea. Observe que las frecuencias naturales del par de polos complejos dependerán de la versión actual del CE108 (que está siendo usada). EL signo negativo es el resultado de usar el precompensador y afecta la implementación del controlador. Como con el control de la velocidad del jockey, deseamos la dinámica de la tensión de lazo cerrado para seguir un cambio de paso en la tensión de referencia. Una función de transferencia estable puede siempre ser hecha de lazo cerrado mediante la pequeña ganancia de lazo completa (recuerde el teorema de pequeña ganancia). En este caso, para alcanzar la estabilidad en lazo cerrado, la ganancia del controlador ha sido hecha totalmente pequeña. Entonces la respuesta en lazo cerrado no será muy diferente a la respuesta en lazo abierto y la estabilidad del estado de error será grande. La inmovilidad del error puede ser movida usando un controlador integral. Esto también mejora los

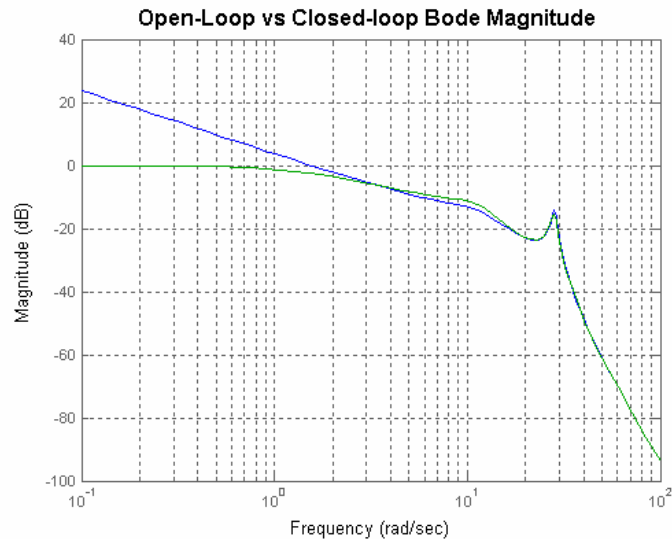


Figura 8. Comparacion de la ganancia de lazo $L(s)$ y la ganancia de lazo cerrado $T(s)$ usando control integral.

márgenes de estabilidad para balancear la ganancia de lazo por debajo de las frecuencias del polo. Un diagrama de magnitudes de Bode que compara la ganancia de lazo abierto con la de lazo cerrado se muestra en la figura 8. El ancho de banda del lazo cerrado de 2 rad/sec o 0.3 Hz es aproximadamente una década por debajo del modo más pequeño. Un incremento mayor en lazo cerrado es obtenido balanceando en forma más rápida la ganancia del lazo, resultando en el siguiente compensador donde la constante de tiempo del polo es τ .

$$K_x(s) = \frac{K}{s(\tau s + 1)} \quad \tau \approx 0.4 \quad (28)$$

Asumiendo un intervalo de muestreo de $T_s=50\text{ms}$, el controlador digital ZOH es:

$$K_x(z) = \frac{0.003z^{-1} + 0.002876z^{-2}}{1 - 1.882z^{-1} + 0.8825z^{-2}} \quad (29)$$

La figura 8 es una simulación de la respuesta usando el compensador mostrado anteriormente. Para la comparación mostrada se obtiene la respuesta usando la integral de control solamente. Observe que el retraso adicional mejora la respuesta. La constante de tiempo en el filtro pasa bajas puede ser sintonizada para dar el mejor desenvolvimiento sobre un CE108 particular.

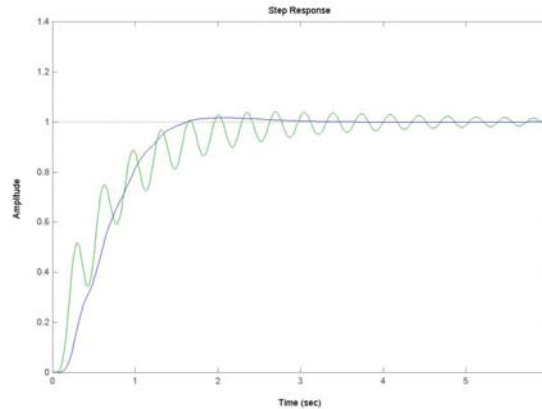


Figura 9. Respuesta al Escalon simulada de la tensión de lazo cerrado.

La siguiente figura muestra la respuesta transitoria cuando el CE108 está activado. Esto compara al controlador integral con el control extra mejorado. El controlador robusto proporciona un rechazo improvisado de la ocurrencia de la alteración periódica en la selección de la velocidad de la polea.

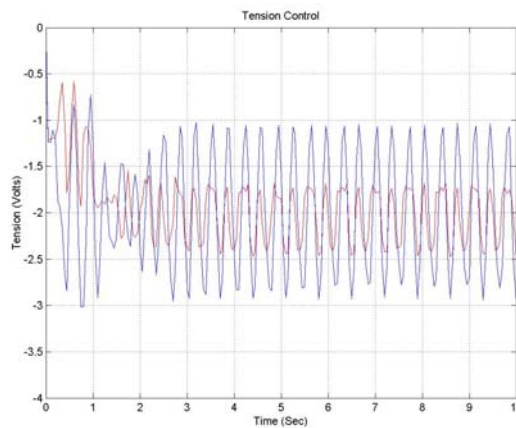


Figura 10. Respuesta transitoria experimental de lazo cerrado.

Resultados Experimentales: Controlador de la Tensión y Velocidad de Jockey.

Colocar todo junto, el precompensador $K(s)$ es usado para desacoplar la tensión y velocidad dinámicas del jockey. La velocidad del Jockey es controlada usando el controlador de velocidad $K_\omega(s)$ mientras que la tensión es controlada usando el controlador de tensión $K_x(s)$ obtenido en la sección previa.

Observe que debido a un cambio en la señal en la tensión dinámica introducida por el precompensador, la tensión de realimentación es positiva.

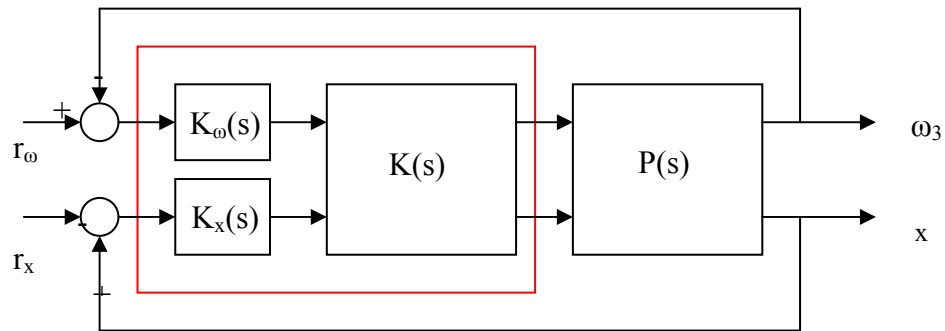


Figura 11. Control de tension y velocidad.

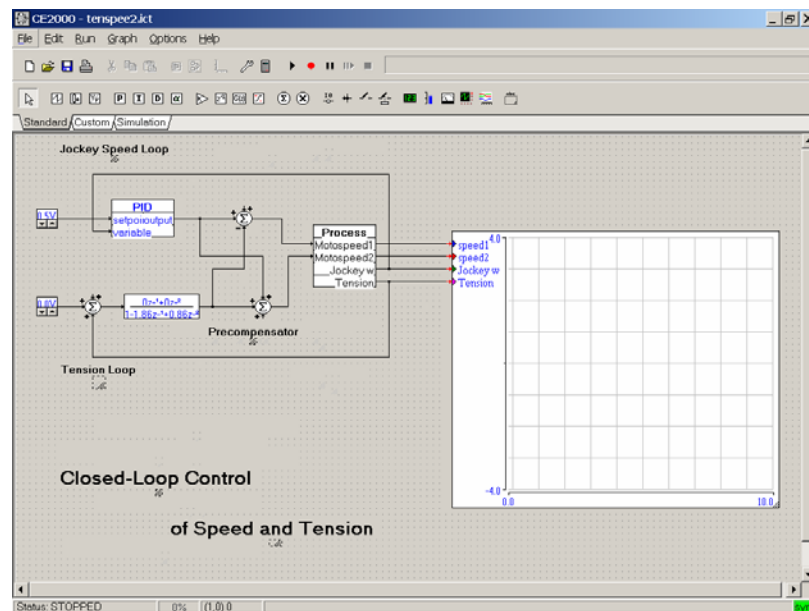


Figura 12. Programa CE2000 para control de velocidad y tensión.

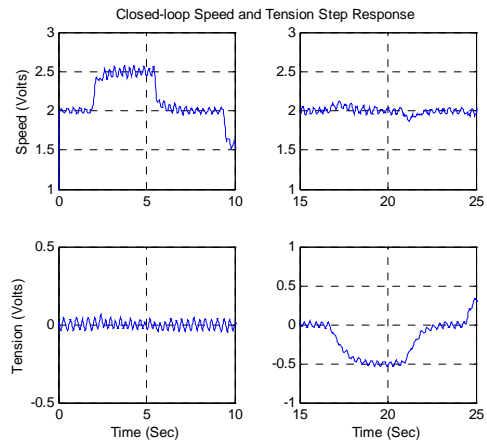


Figura 13. Respuesta de lazo cerrado al Escalon unitario en tensión y velocidad.

Controlando la dinámica de tensión rápida.

El lazo de control de la tensión tiene dinámica rápida. Estas eran controladas en secciones previas donde el ancho de banda del lazo cerrado era mantenido por debajo de la frecuencia natural de la dinámica rápida, la cual era tratada con certidumbre. Un problema más interesante es examinar cómo podemos controlar activamente la dinámica rápida. Para examinar la dinámica de tensión rápida podemos inicialmente desplazar la polea y analizar el resultado de la respuesta transitoria. Esto nos permitirá estimar la frecuencia natural y la porción de ruido. Activar la entrada para ambos motores a cero usando el programa CE2000 mostrado en la figura 3. Luego disminuyendo la barra de tensión hasta los -2 volts está indicado sobre el sensor de tensión. Liberar la barra de tensión y grabar el resultado de la respuesta transitoria. Esta respuesta transitoria es mostrada en la anterior figura. Las dinámicas dominantes son underdamped con una frecuencia de aproximadamente 4.5 Hz y una porción de alteración de $\zeta=0.1$. Esos números son solamente aproximados serán un poco diferentes para cada motor acoplado de CE108.

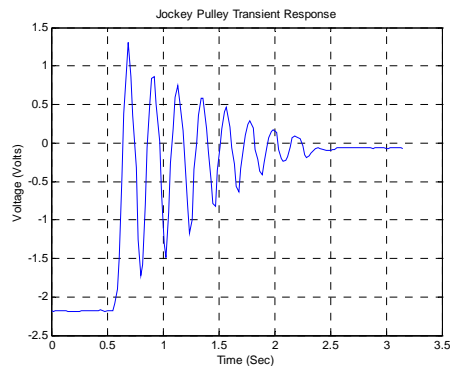


Figura 14. Dinámica de la Tension en lazo abierto.

Para controlar la tensión se necesitará un tiempo de alrededor de 10 ms.

4. Control de la Velocidad del Motor

En esta sección mostraremos experimentalmente que es posible controlar independientemente la velocidad de los dos motores. Es interesante porque no es posible usar el modelo obtenido en las

secciones previas. Hecho para la simetría, la función de transferencia de las entradas de un motor a sus salidas no tienen el rango completo y por tanto, el modelo no puede ser desacoplado usando la retroalimentación o un precompensador. Un diagrama a bloques del sistema se muestra a continuación. En el experimento fueron usados controladores independientes PI para controlar la velocidad del motor.

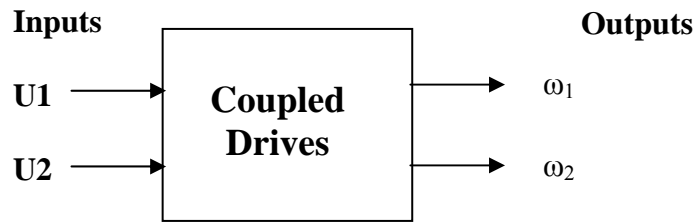


Figura 15. Control de velocidad.

Dinámica de la velocidad del lazo abierto

Para examinar la dinámica de la velocidad del lazo abierto de las entradas de ambos motores son activados para un voltaje nominal de 3 volts. Los voltajes de entrada son conmutados alternativamente por ± 1.0 Volt. Las figuras siguientes muestran los voltajes de salida para el motor 1 (azul), motor 2 (verde) y la velocidad de la polea (rojo). En este experimento, los motores y la banda giran en el sentido de las agujas del reloj. Después pasa sobre la polea las bandas de paso sobre el motor 2.

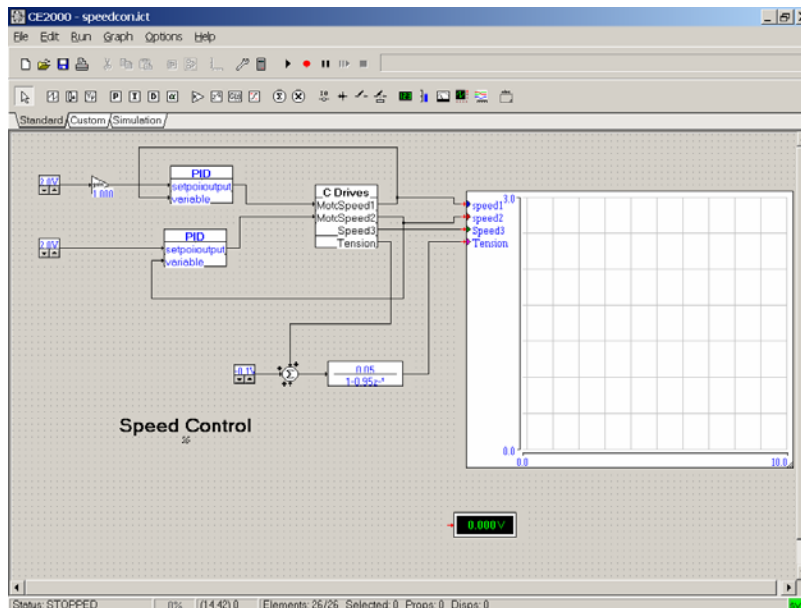


Figura 16. Programa CE2000 para control de velocidad.

Observe que la velocidad de la polea sigue a la velocidad del motor 2 y no ese promedio de las dos velocidades predecido por el modelo. Si la dirección de la banda es regresada entonces el paso siguiente sobre el jockey de la polea pasa sobre el motor 1. La velocidad de la polea seguirá a la velocidad del motor 1.

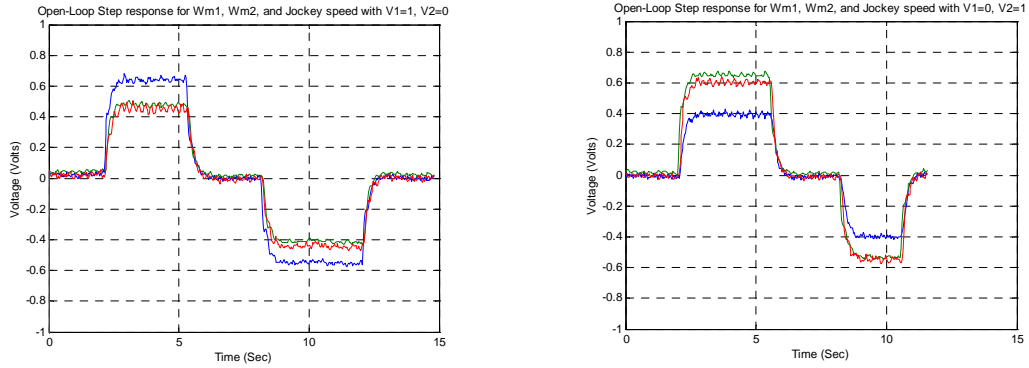


Figura 17. Respuesta al Escalon en lazo abierto utilizando el CE108.

Una sección de la respuesta es mostrada en la figura siguiente. Esto nos permite estimar el siguiente modelo simple para las dos salidas de velocidad.

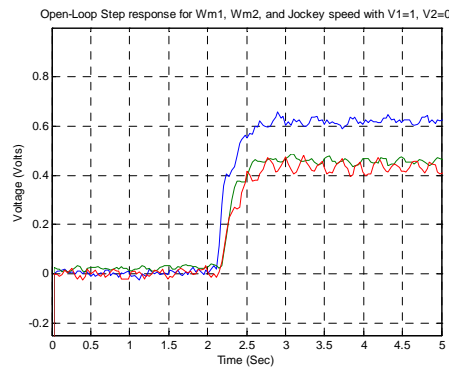


Figura 18. Respuesta al escalón.

$$\begin{pmatrix} \omega_1(s) \\ \omega_2(s) \end{pmatrix} = P(s) \begin{pmatrix} u_1(s) \\ u_2(s) \end{pmatrix} \quad (30)$$

$$P(s) = \begin{pmatrix} 0.6 & 0.4 \\ 0.4 & 0.6 \end{pmatrix} \frac{1}{(0.5s + 1)} \quad (31)$$

Control Multivariable de Velocidad

En esta sección demostramos el control multivariable de velocidad usando los motores acoplados. El objetivo es controlar independientemente la velocidad de cada motor. Para hacer esto se usa un controlador PID para controlar la velocidad de cada motor.

$$C(s) = K_p + \frac{K_i}{s} \quad (32)$$

La velocidad de referencia nominal de ambos motores es activada para 2 volts. La figura siguiente muestra la respuesta de lazo cerrado cuando un paso de 0.5 volts es aplicado al motor 1. Después de una variación inicial, la velocidad del motor 2 es mantenida cerca de los 2 volts mientras que la velocidad del motor 1 sigue a la entrada de referencia de 2.5 volts. Similarmente cuando la entrada de referencia para el motor 2 es 2.5 volts. La velocidad del motor 2 sigue a la referencia mientras que la velocidad del motor 1 es mantenida cerca del voltaje de referencia.

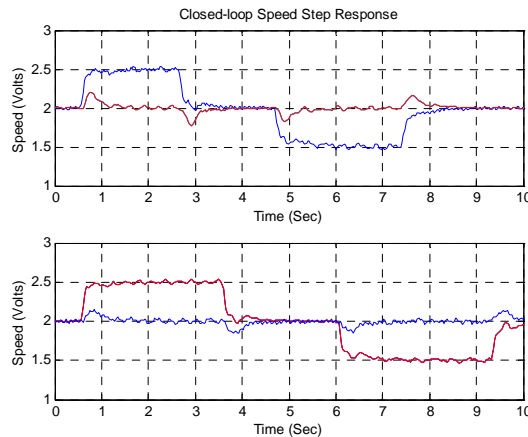


Figura 19. Resultados experimentales del control de velocidad en lazo-cerrado.

5. Palabras finales

No es posible responder preguntas acerca de nuestros artículos, a menos que tengamos contrato con su organización. Para más información acerca del Software de Control y Simulación CE2000 dirigirse al sitio web de TQ Education and Training usando la liga de nuestro sitio web www.control-systems-principles.co.uk o usar nuestro correo electrónico info@tq.com. Existen muchos libros y tutoriales que le ayudarán con los fundamentos teóricos de control para los motores acoplados, nosotros estamos agradecidos con las referencias enlistadas enseguida. Para buscar el internet alguna referencia, escriba palabras como motores acoplados y control de tensión, bandas de motores.

6. Bibliografías.

1. Wellstead P. E Introduction To Physical Modelling Systems, Academic Press 1979
2. Dorf, R C and Bishop, R H, Modern Control Systems, (9th Ed) Prentice Hall 2000.
3. Readman, M. C, Flexible Joint Robots, CRC Press, 1994
4. Torkel Glad and Lennart Ljung, Control Theory Multivariable and Nonlinear Methods, Taylor and Francis 2000.
5. <http://www.control-systems-principles.co.uk/coupled-drives-system.pdf>