

MOTORES ACOPLADOS: Principios básicos de operación.

Marco Antonio Pérez Cisneros*, Hilde Hagadoorn⁺ y Mark Readman⁺

*División de Electrónica y Computación, CUCEI, Universidad de Guadalajara, México.

⁺Consultores “Control Systems Principles”

RESUMEN: Este artículo pertenece a la serie de notas de aplicación en modelado y control de sistemas que han sido creadas por “Control Systems Principles” para ilustrar los principios básicos de la teoría de control. Dichos fundamentos incluyen algunos sistemas genéricos y métodos que son comunes en todas las áreas del desarrollo tecnológico y la industria. Estas notas de aplicación buscan explicar dichos sistemas y sus principios de una manera clara y fácil de entender. Por tanto las notas describen primero las características mas importantes de un sistema, como funciona y finalmente como puede ser controlado. Diferentes sistemas en tiempo real son utilizados para demostrar la viabilidad de los algoritmos de control. Dichos sistemas han sido diseñados por nuestro fundador Prof. Peter Wellstead y son manufacturados por “TQ Education & Training Ltd” bajo la línea CE. Cuando es posible, las notas de aplicación incluyen también los resultados de los experimentos utilizando estos sistemas. En particular, esta nota de aplicación discute sobre modelado y control de dos o más motores eléctricos acoplados a través de un sistema, con consideración de control multi-variable y sistemas dinámicos.

1. ¿Por qué los motores acoplados son tan importantes?

En otros artículos de nuestra colección se ha escrito ampliamente sobre sistemas controlados por un motor, resaltando la importancia del control de posición y velocidad de motores eléctricos [1]. En especial el control de cargas en rotación en sistemas industriales y productos del hogar. El control de motores es central para los sistemas de control industrial y muchas otras aplicaciones. Sin embargo, en muchos casos los motores están acoplados e interactúan entre ellos de forma muy especial. Por lo tanto los ingenieros de control deben conocer sobre este tipo de sistemas. Por ejemplo, la velocidad de la banda en una línea de producción será controlada por motores separados en posiciones diferentes a lo largo de la banda. Las salidas de los motores están acopladas por medio de la banda que por supuesto es común para todos los motores. Esto implica una operación en armonía para mantener la velocidad de la banda y asegurar una tensión apropiada. Todo el sistema de control de los motores debe entonces considerar la interacción de todos los elementos comunes en la banda, de lo contrario el sistema se vuelve inseguro e inestable¹.

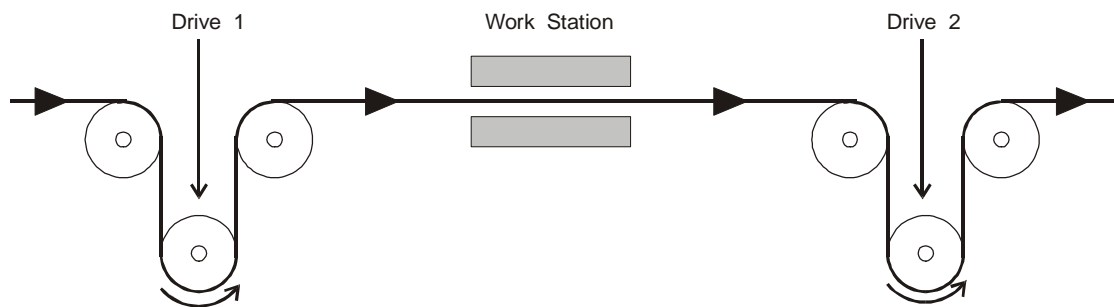


Figura 1. Aplicación típica de motores acoplados.

¹Hemos trabajado en líneas automatizadas de producción y hemos visto los resultados de motores eléctricos acoplados de forma incorrecta. Algunos colegas han rediseñado un sistema manejador de bandas para un fabrica de refrigeradores. Debido a que el sistema de motores estaba mal diseñado y era normalmente inestable, los aparatos continuamente eran expulsados de la banda, forzando su venta a muy bajo costo a los propios empleados. Dichos precios eran tan especiales que en ese pueblo cada cocina tenía un refrigerador defectuoso en operación.

Controlar la tensión y la velocidad de motores que interactúan entre sí tiene muchas otras aplicaciones industriales. Por ejemplo, la manufactura de material en largos y continuos trozos es muy común. Textiles, papel, alambre, hojas de metal, películas plásticas, etc. son procesados en largos y continuos trozos. El material es transportado y procesado mediante estaciones de trabajo por medio de sistemas de motores, por lo que la velocidad y tensión del material tiene que ser controlada dentro de límites conocidos todo el tiempo. En aplicaciones como producción de rollos de acero, el material se torna muy delgado conforme atraviesa por cada rodillo. Cada rodillo deberá por lo tanto ser configurado a distintas velocidades con un programa muy complejo de variación correspondiente de velocidad. La Figura 1 muestra una aplicación típica de dos motores que se utiliza para transportar una hoja continua entre estaciones de trabajo. En la manufactura textil, algunas operaciones como por ejemplo la “curva falsa” también requieren diferentes velocidades en los motores y un programa muy complejo de variaciones de velocidad. La Figura 1 muestra una aplicación típica con dos motores que son usados para transportar una hoja a través de una estación de trabajo. El trabajo del sistema de control de motores es regular la velocidad y tensión del material. Si esto no es muy eficiente, entonces la hora de material puede ser dañada.

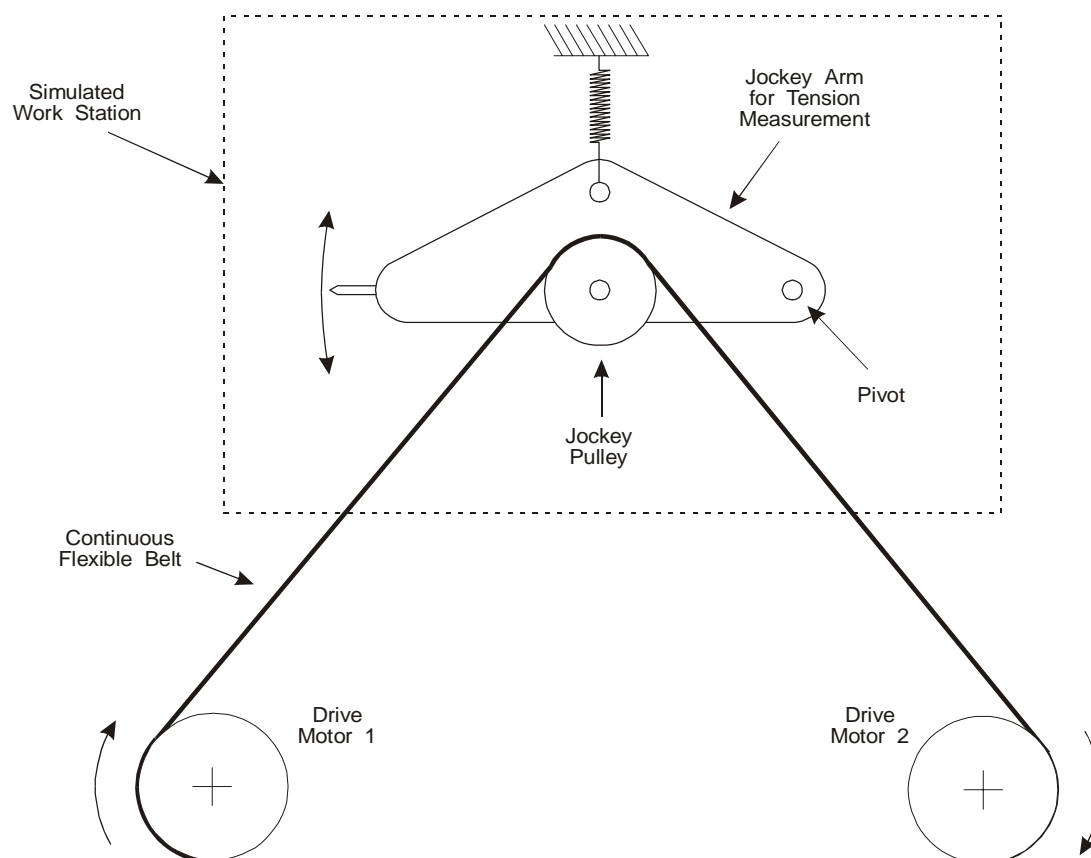


Figura 2. Un sistema estándar de motores acoplados.

El control de motores acoplados es de particular importancia para la industria del papel. Un incidente de la rotura de un rodillo de producción de papel es una experiencia “inolvidable”. La hoja de papel se mueve a una velocidad tan alta que una pequeña “fractura” en la banda de papel producirá grandes cantidades de papel de desperdicio en un corto tiempo. Si consideramos el ejemplo de una hoja de acero en una fábrica, esta experiencia puede ser aun más impresionante ya que motores gigantes se usan para mover la hoja de acero hacia atrás y hacia delante entre la presión de un par de rodillos con el objetivo de conseguir un ancho deseado. Las fuerzas requeridas son muy grandes y los motores deberán ser controlados de alguna forma para atender el acoplamiento y la interacción.

Estos ejemplos ilustran la importancia de los sistemas de motores (normalmente eléctricos) y su control. Los sistemas de motores industriales son un componente básico de una línea de producción continua

moderna. Muchos productos son transportados en sistemas de banda y muchos materiales se producen en bandas u hojas continuas. También existen muchos ejemplos de aplicaciones en el hogar o militares, pero para el ingeniero de control la mayor aplicación de los sistemas de motores acoplados se encuentra sin duda en manufactura. En términos generales, la idea la interacción y el control de sistemas multivariables son centrales para muchas aplicaciones.

2. Un sistema clásico de motores acoplados

Los motores eléctricos pueden estar acoplados de muchas maneras. Los detalles de cada conexión dependen de cada uso específico y la aplicación del sistema. En esta nota de aplicación nos concentraremos en un sistema de motores acoplados estándar que incluye los elementos más característicos que pueden encontrarse en sistemas industriales, aunque no es particular para ninguna aplicación. Es un prototipo para aplicaciones industriales de motores acoplados. En la Figura 2 se muestra el diagrama de dicho sistema.

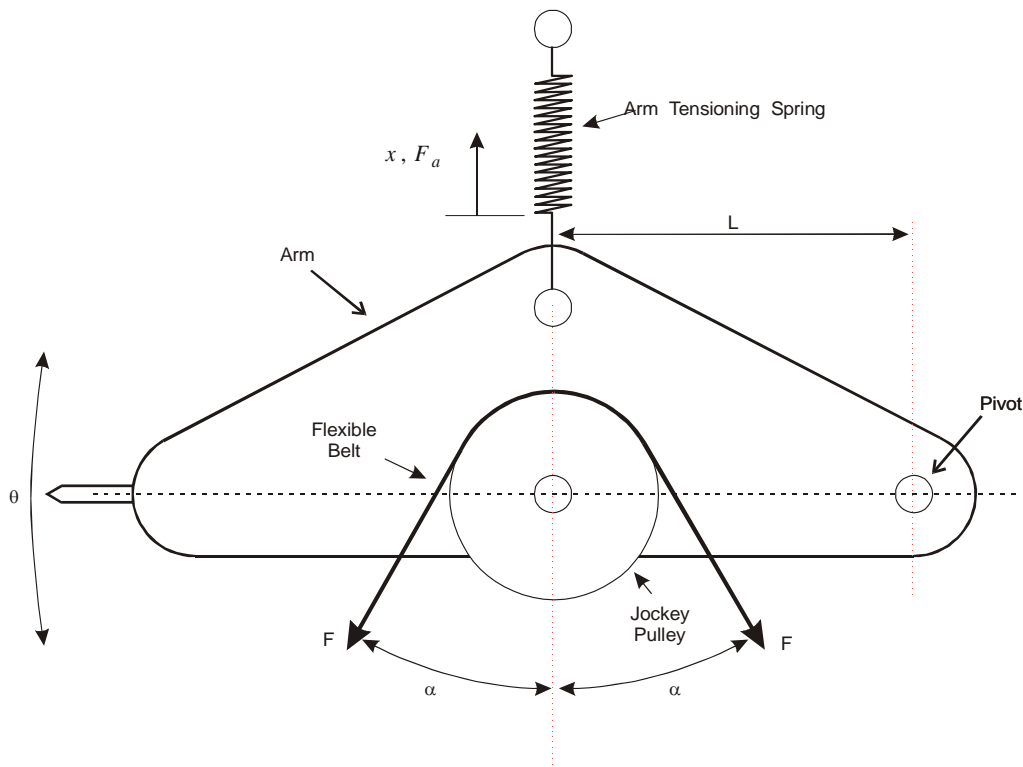


Figura 3. La polea “jockey pulley” y detalles del brazo

El sistema estándar de la Figura 2 tiene dos motores (motor 1 y motor 2). Dichos motores operan juntos para controlar la velocidad de una banda continua flexible que viaja alrededor de los ejes de ambos motores y también por una polea circular también conocida como polea “jockey pulley”². Esta polea está montada sobre un brazo móvil que se apoya en un resorte. La flexión del brazo es una medida de la tensión de la banda. La estructura de la polea y el brazo representa una “estación de trabajo” donde el material que la banda representa es procesado (por ejemplo una película de papel o acero). El trabajo de los dos motores es regular la tensión y la velocidad de la banda en la estación de trabajo. La analogía con la estación de trabajo es apropiada para las aplicaciones de proceso, por ejemplo las mencionadas anteriormente. En un sistema de bandas, la polea y el brazo representarían los sensores de velocidad y tensión requeridos para obtener una operación segura de la banda (recuerda los refrigeradores en la banda de producción). La Figura 3 muestra un diagrama detallado de la polea y el brazo. Las tensiones en las

²El término “jockey pulley” refiere al hecho que la polea “monta” la banda pero también toma energía de la misma banda.

secciones de la banda F , se relacionan con la fuerza en el resorte de tensión que sostiene el brazo F_a por medio de la siguiente ecuación:

$$F = \frac{F_a}{2 \cos \alpha} \quad (1)$$

La tensión del resorte es proporcional con la dureza k_a , de tal manera que la fuerza F y el cambio en la longitud del resorte de tensión x , que se relaciona por medio de:

$$F = \frac{k_a}{2 \cos \alpha} x \quad (2)$$

La banda continua flexible de la Figura 2 acopla las acciones de los Motores 1 y 2. Por ejemplo, si aplicamos un voltaje al Motor 1, la velocidad y la tensión en la banda será cambiada, y el Motor 2 será rotado por el arrastre del Motor 1. Cosas similares pasan si un voltaje del dispositivo es aplicado al Motor 2. Este es el **acoplamiento** del que hemos hablado. Ambos motores cambian a ambas salidas. (Figura 4). En la terminología de los sistemas de control, las entradas y salidas del sistema interactúan, y el sistema completo es dicho para ser un sistema multivariable.

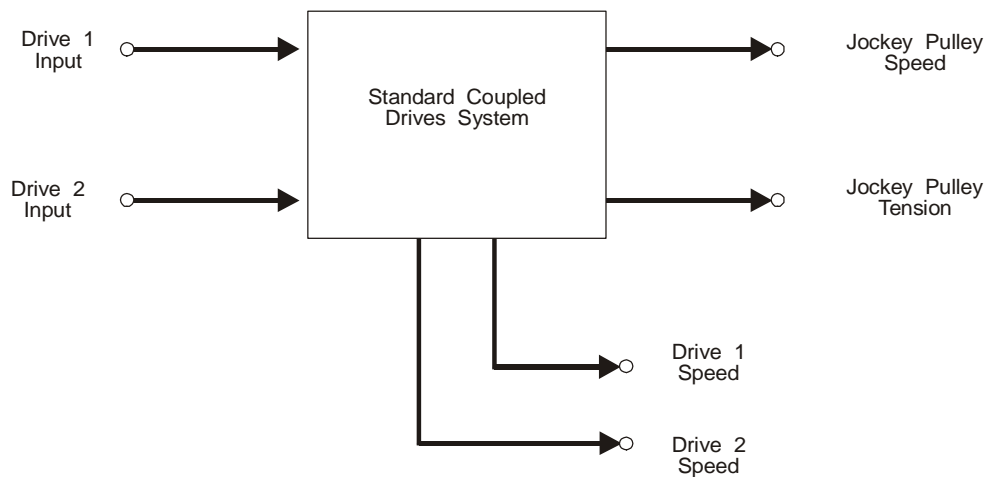


Figura 4. Diagrama a bloques de un sistema estándar de motores acoplados.

3. Modelando el Sistema Estándar de Motores Acoplados

Modelar el sistema estándar de motores acoplados es quitarse de mucho trabajo. En la primera lectura tú podrías querer hojear esta sección y sólo recolectar las ecuaciones relevantes en el camino.

Para modelar el sistema, primero necesitamos indicar los componentes dinámicos del sistema. La Figura 5 hace esto para reemplazar los componentes reales con los elementos dinámicos equivalentes. Las secciones de la banda son representadas por saltos, los sistemas son representados por momentos de inercia de los componentes del dispositivo, las relaciones de la fricción y el torque de entrada del dispositivo. El brazo giratorio es representado por la mayoría de los brazos y poleas, el salto es representado por su rigidez y la fricción en el brazo. Una descripción más exacta del modelado de sistemas de componentes y sistemas variables es proporcionada en seguida.

3.1 Los Componentes del Sistema de Motores Acoplados

El brazo del jockey y el equipo de medida de la tensión son representados por un grupo, saltador y apagador, donde:

- m_a = el grupo del brazo y la polea del jockey
- k_b = la rigidez del salto del brazo del jockey
- b_a = relación del coeficiente de fricción
- x = los movimientos verticales de la polea del jockey
- α = es el ángulo de las secciones de la banda con la vertical

Los movimientos verticales de la polea es un ejemplo de la fuerza en el salto y esto da la tensión de la polea (figura 3).

Las secciones de la banda son asumidas para ser saltos lineales donde:

- k_c = the stiffness of belt section C
- k_d = the stiffness of belt section D
- k_e = the stiffness of belt section E

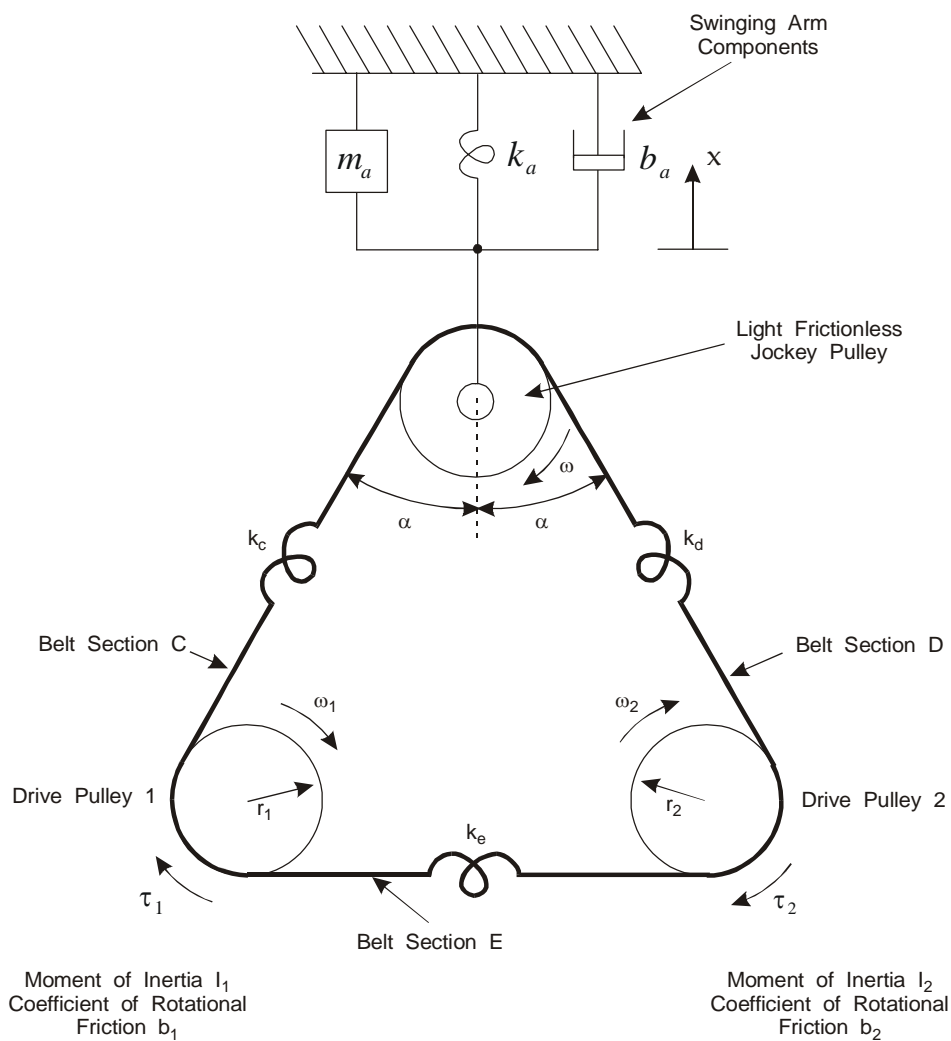


Figura 5. Principales componentes de los motores acoplados.

Las poleas 1 y 2 y sus motores tienen parámetros y variables:

- I_1 = momento de inercia del Dispositivo 1
- b_1 = el coeficiente de fricción de la inercia del Dispositivo 1
- ω_1 = velocidad angular del Dispositivo 1
- τ_1 = el torque de entrada del Dispositivo 1
- I_2 = el momento de inercia del Dispositivo 2
- b_2 = el coeficiente de fricción inercial del Dispositivo 2
- ω_2 = velocidad angular del Dispositivo 2
- τ_2 = el torque de entrada del Dispositivo 2

3.2 Modelando los Sub-sistemas

Comenzamos por considerar cada sub-sistema en el diagrama de cuerpo libre de la figura 6.

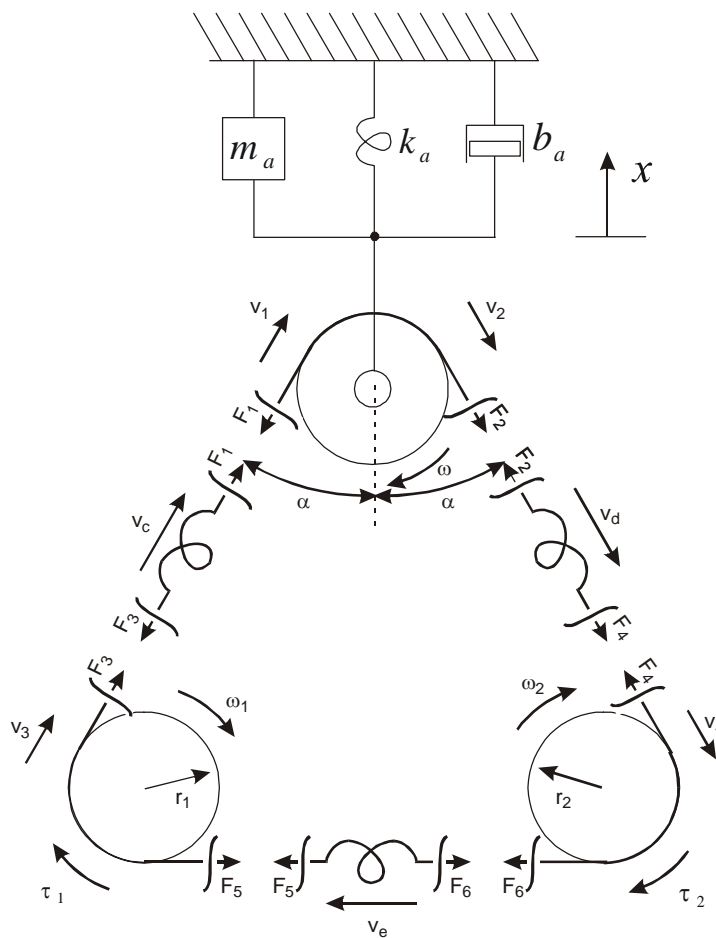


Figura 6. Diagrama de cuerpo libre del sistema de motores acoplados.

3.2.1 Las secciones de la banda

Si x_c , x_d y x_e son las extensiones de las secciones de la banda C, D y S respectivamente (ver figura 6), entonces un balanceo de fuerzas sobre cada sección de la banda nos da:

$$F = k_c x_c = k_d x_d \tag{3a}$$

$$F' = k_e x_e \tag{3b}$$

donde,

$$F' = F_5 = F_6$$

y

$$F = F_1 = F_2 = F_3 = F_4$$

3.2.2 El montaje de la polea del controlador

La polea es ligera y gira sin fricción, por lo tanto:

$$F_1 = F_2 = F$$

Resolviendo verticalmente las fuerzas nos da:

$$F_a = 2F \cos \alpha \quad (4)$$

pero para la conservación del poder:

$$\dot{x}F_a = F(v_1 - v_2) \quad (5a)$$

En consecuencia:

$$\dot{x}(2 \cos \alpha) = v_1 - v_2 \quad (5b)$$

El balanceo de la fuerza vertical sobre el montaje del brazo del controlador nos da:

$$F_a = \dot{p} + kx + b\dot{x} \quad (5c)$$

Donde p es el momentum de la masa m_a .

3.2.3 Las poleas de los motores 1 y 2

Un balanceo del torque sobre las poleas de los dispositivos nos da:

$$\tau_1 + F_3 r_1 - F_5 r_1 = \dot{h}_1 + b_1 \omega_1 \quad (6)$$

$$\tau_2 + F_6 r_2 - F_4 r_2 = \dot{h}_2 + b_2 \omega_2 \quad (7)$$

donde h_1 y h_2 son los momentos angulares del sistema polea/motor.

$$h_1 = I_1 \omega_1, \quad h_2 = I_2 \omega_2 \quad (8)$$

En adición, las velocidades angulares ω_1 y ω_2 están dadas por:

$$v_3 = \omega_1 r_1, \quad v_4 = \omega_2 r_2 \quad (9)$$

3.3 Ecuaciones del Espacio de Estado

La descripción del espacio de estado del sistema estándar de motores acoplados es encontrado combinando las ecuaciones de la 3 a la 9. Con los estados del sistema seleccionado como h_1 , h_2 , x_c , x_e , x_k y p , entonces tenemos:

$$\dot{h}_1 = \left[\begin{array}{c} -b_1 \\ I_1 \end{array} \right] h_1 + r_1 k_c x_c - r_1 k_e x_e + \tau_1 \quad (10a)$$

$$\dot{h}_2 = \left[\begin{array}{c} -b_2 \\ I_2 \end{array} \right] h_2 - r_2 k_c x_c + r_2 k_e x_e + \tau_2 \quad (10b)$$

$$\dot{x}_c = \left[1 + \frac{k_c}{k_d} \right]^{-1} \left[-h_1 \frac{r_1}{I_1} + h_2 \frac{r_2}{I_2} + p \frac{2 \cos \alpha}{m_a} \right] \quad (10c)$$

$$\dot{x}_e = \frac{r_1}{I_1} h_1 - \frac{r_2}{I_2} h_2 \quad (10d)$$

$$\dot{x} = \frac{p}{m_a} \quad (10e)$$

$$\dot{p} = 2(\cos \alpha) k_c x_c - k_a x - \frac{b_a}{m_a} p \quad (10f)$$

3.4 Ecuaciones de Espacio de Estado para Motores Acoplados en Estándares Simétricos

Las ecuaciones de estado pueden ser simplificadas cuando el sistema de motores acoplados tiene motores que son iguales, por lo tanto:

$$I_1 = I_2 = I, \quad b_1 = b_2 = b$$

Las poleas del dispositivo tienen el mismo radio y las secciones de la banda tienen la misma longitud:

$$r_1 = r_2 = r, \quad k_c = k_d = k_e = k$$

Esto da las ecuaciones de estado simplificado:

$$\dot{h}_1 = \left[\frac{-b}{I} \right] h_1 + r k x_c - r k x_e + \tau_1 \quad (11a)$$

$$\dot{h}_2 = \left[\frac{-b}{I} \right] h_2 - r k x_c + r k x_e + \tau_2 \quad (11b)$$

$$\dot{x}_c = \frac{1}{2} \left[-h_1 \frac{r}{I} + h_2 \frac{r}{I} + p \frac{2 \cos \alpha}{m_a} \right] \quad (11c)$$

$$\dot{x}_e = \frac{r}{I} h_1 - \frac{r}{I} h_2 \quad (11d)$$

$$\dot{x} = \frac{p}{m_a} \quad (11e)$$

$$\dot{p} = 2(\cos \alpha) k x_c - k_a x - \frac{b_a}{m_a} p \quad (11f)$$

4. Funciones de Transferencia para el Sistema Estándar de Motores Acoplados

4.1 Las importantes Funciones de Transferencias

El trabajo de un sistema de control para los Motores Acoplados es regular la tensión de las bandas y la velocidad en el brazo de la polea usando los torques (τ_1, τ_2) aplicado a las poleas del dispositivo. La velocidad de la polea (ω) es medida directamente. La tensión en la banda en el brazo de la polea se encuentra midiendo la extensión del salto del brazo (x).

De las ecuaciones de estado las dos funciones de transferencia para los motores acoplados son:

$$\omega(s) = \frac{[\tau_1(s) + \tau_2(s)]}{2(sI + b)} \quad (12)$$

$$x(s) = \frac{kr \cos(\alpha)(\tau_2(s) - \tau_1(s))}{(Is^2 + b + 3kr^2)(m_a s^2 + b_a s + (k_a + 2k \cos^2(\alpha))) - 2k^2 r^2 \cos^2(\alpha)} \quad (13)$$

4.2 Inclusión de Actuadores y Transductores

Los torques de los motores (τ_1, τ_2) están controlados por las señales de control de entrada (u_1, u_2) para el amplificador del motor. En el caso más simple las características del actuador son lineales por lo que:

$$\tau_1 = g_1 u_1$$

$$\tau_2 = g_2 u_2$$

Las variables de salida del sistema verdadero $(\omega(s) \text{ and } x(s))$ son medidas por un sensor de velocidad (son salida y_ω) sobre la polea circular del controlador, y el ángulo del sensor sobre el pivote del brazo. El ángulo del brazo θ y x son relacionados por:

$$\theta = \frac{x}{L}$$

La deflexión del brazo θ es medida por un sensor sin salida y_x . Esas señales son relacionadas por constantes:

$$y_\omega = g_\omega \omega$$

$$y_x = g_x x$$

5. Usos de las Funciones de Modelos y Funciones de Transferencias.

El modelo del espacio del estado del sistema de los motores acoplados está en la forma del modelo usado en simulaciones detalladas y diseña estudios de sistemas. Detalles extras serían agregados para describir los dispositivos electrónicos. Las funciones de transferencia de las Ecuaciones 12 y 13 son especialmente usados. Ellos le llaman al diseñador del control para velocidad $(u_\omega(s))$ mas la señal de control para la tensión $(u_x(s))$ para la entrada 1 $(u_1(s))$ y la señal de control para velocidad menos la señal de control para la tensión de la entrada 2 $(u_2(s))$. Por lo que:

$$u_1 = u_\omega + u_x$$

$$u_2 = u_\omega - u_x$$

En la teoría de control multivariable esto es llamado desacoplo, el problema de control dentro de dos, entrada simple/salida simple, problemas de control de salida. Esto parece fácil pero hay algunas cosas que necesitan ser hechas para construir esta forma de trabajo de control. No haremos más control en este artículo, eso vendrá después, por lo que mantenga chocando el sitio web de los artículos sobre los dispositivos acoplados.

6. Ejemplo de un Sistema de Motores Acoplados



Figure 7. El sistema de motores acoplados CE108.

La figure 7 muestra el Sistema de Motores acoplados CE108 del TQ Education and Training Ltd. Esto es una representación clásica de los problemas de motores eléctricamente acoplados. Esto contiene las características relevantes que pueden ser encontrados cuando los dos sistemas de motores independientes están operando sobre el mismo material y obedece al modelo de la forma derivada en este artículo.

El sistema CE108 permite el diseño de un sistema estándar de motores acoplados muy cercano. En las esquinas del botón, las dos poleas pueden ser vistas. En el centro está el controlador y el brazo con una placa calibrada por lo que el ángulo de deflexión del brazo puede ser leído directamente. La banda es vista como el listón negro alrededor de los árboles de las poleas. Sobre el panel frontal están los enchufes de entrada y salida con los cuales se conectan los sensores y los actuadores del dispositivo.

No hemos incluido algún control en este escenario, el artículo es lo suficientemente grande ya. Planeamos un segundo artículo que sólo trate del control de los Sistemas de Motores Acoplados e interacciones y procesos multivariables. El Sistema de Motores Acoplados es de hecho, un buen ejemplo de un sistema interactivo. Para algunas técnicas de fondo sobre control interactivo y una perspectiva sobre control multivariable ver [2]. Hay muchos otros libros sobre esta materia, pero el padre del control multivariable es el profesor Howard Rosenbrock y su libro sobre diseño multivariable [3] fue el modelo para una generación de investigadores. Para nuevas informaciones sobre dispositivos eléctricos le recomendamos que use la información de prácticos manuales de las revistas de negocios, nosotros usamos el manual de Richmond, [4] de la revista *Drives and Controls*.

6. Palabras finales de Hilde

Yo dije que para el equipo de Control Systems Principles era un ersatz-Elke. Yo espero que esto no sea cierto, porque es demasiado agresiva y dura con los jóvenes de la oficina. He tratado de escribir con un tono más gentil. La dinámica de los motores acoplados puede ser totalmente difícil para principiantes e incluso los profesionales cometen errores. De hecho, muchos profesores universitarios han comentado acerca de los Motores Acoplados y corregido las ecuaciones originales derivadas por Peter Wellstead. Las ecuaciones en los artículos son (*¡creemos!*) correctas gracias a la ayuda del profesor Peter Willett de la Universidad de Connecticut y el profesor David Clarke de la Universidad de Oxford.

Hilde

7. Las últimas palabras

Nosotros obtenemos muchos correos pidiendo ayuda técnica de los estudiantes e ingenieros. Nosotros sentimos decir que control-systems-principles no puede responder inquietudes ni preguntas acerca de detalles del contenido de nuestro artículo a menos que tengamos contrato con su organización. Para más información acerca del Sistema de Motores Acoplados CE108 dirigirse al sitio web control-systems-principles.co.uk o use nuestro correo electrónico info@tq.com.

8. Bibliografía.

1. Laubwald, E, Servo Control Systems White Paper, (downloadable at www.control-systems-principles.co.uk)
2. Goodwin, G, Gräbe. S. and Salgado, M. *Control Systems Design*, Prentice Hall, 2001.
3. Rosenbrock, H.H. *State Space and Multivariable Theory*, Nelson, 1970.
4. Richmond, A.W. *Servos and Steppers: A Practical Engineers's Handbook*, Kamtech Publishing, 1999, (this book is hard to get so try the address of the publisher – Airport House, Purley Way, Croydon, Surrey, CR0 0XZ, UK.)