

SISTEMAS DE DEPÓSITOS ACOPLADOS

Marco Antonio Pérez Cisneros* y Elke Laubwald⁺

*División de Electrónica y Computación, CUCEI, Universidad de Guadalajara, México.

⁺Consultor “Control Systems Principles”

RESUMEN: Este es uno de una serie de artículos sobre modelado de sistemas, análisis y control preparado por control-systems-principles.co.uk para dar una introducción a los importantes principios y procesos de control. En los sistemas de control hay un gran número de sistemas y métodos genéricos que son encontrados en todas las áreas de la industria y la tecnología. Estos artículos tratan de explicar esos importantes sistemas y métodos en sencillos temas. El artículo describe lo que hace un tipo particular de método/sistema, cómo trabaja y cómo controlarlo. Las demostraciones de control están desarrolladas usando modelos de sistemas reales diseñados por nuestro fundador Peter Wellstead, y desarrollado por TQ Education and Training Ltd en su rango de equipamiento CE donde son mostrados los resultados posibles del sistema real. Este manual trata acerca del problema más común de control en sistemas de procesos prácticos, control del nivel de líquido. En adición a los procesos industriales, el control de nivel de líquidos es encontrado en muchos otros lugares, como usted lo leerá en seguida. El control de nivel de líquido y el modelado de ideas será demostrado usando nuestra versión del sistema estándar de libros de texto: El Sistema de Depósitos Unidos. Este sistema ha venido a ser un diseño clásico del equipamiento en la enseñanza de control y usted puede verlo en muchos laboratorios de control alrededor del mundo.

1. ¿Por qué los Sistemas de Depósitos Acoplados?

El control del nivel de líquido en depósitos y el flujo entre ellos es un problema básico en los procesos industriales. Los procesos industriales requieren líquidos para ser bombeados, almacenados en tanques y luego bombeados a otro tanque. Muchas veces el líquido será procesado por tratamientos químicos en los tanques, pero siempre el nivel de fluido en los tanques debe ser controlado, y el flujo entre ellos regulado. Con frecuencia los tanques son acomodados tan juntos que los niveles interactúan lo cual debe ser controlado también. El control del nivel y el flujo en tanques son el centro de todos los sistemas de ingeniería química. Pero estos sistemas son también el centro de nuestra economía. Estas son algunos tipos de industrias donde el control del nivel y el flujo son esenciales:

- Industrias de Petroquímica.
- Industrias de fabricación de papel.
- Industrias de tratamiento de agua.

Nuestras vidas son gobernadas por sistemas de control de nivel y flujo. Por ejemplo, la psicología médica envuelve muchos sistemas de biocontrol de fluidos. Los Biosistemas en nuestro cuerpo están para controlar el flujo de sangre alrededor de nuestro cuerpo. Otros biosistemas controlan la presión y los niveles de químicos en nuestro cuerpo. El baño de nuestra casa a departamento es también un sistema de control del nivel de líquido. La palanca adjunta a la válvula del tanque de la taza permite al

agua fluir dentro del tanque hasta que el flotador sube hasta un punto que cierra la válvula. Este es un simple y efectivo sistema de control del nivel para depósitos de agua. Aunque el baño es ahora común, el primer baño (taza de baño) en la villa de mi casa estaba en el *Herrenahus*. Era una cosa maravillosa. Visitantes admiraban el bajante automático del tanque de la taza de baño mucho más que la belleza de la casa y de nuestra hermosa colonia.

Del asombroso *Silveretta Hochalpenstrasse* verás un sistema gigante de tanques acoplados-el *Silveretta Stausee*. Este tiene 2034 metros de alto, yo creo que que es el más profundo lago artificial en Europa. El *Silveretta Stausee* está acoplado con el *Vermunt Strausee* de 1717 metros y con su sistema eléctrico es el sistema de depósitos acoplados más alto y largo en el mundo. Los ingenieros que diseñaron y construyeron están muy orgullosos de su logro y páneles cercanos al *Strausee* describen el proyecto.

Los sistemas de control del nivel del depósito están en todos lados. Todos los procesos industriales, el cuerpo humano y los sistemas que manejan fluidos dependen de sistemas de control de nivel. Es esencial para ingenieros en sistemas de control entender cómo trabajan los sistemas de control en los depósitos y cómo es resuelto el problema del control del nivel. Es por esto que deee poner especial atención a lo que escribí. Un día usted podría tener que trabajar sobre un gran proyecto como el *Silveretta Strausee* y Elke no estará siempre aquí para ayudarlo. La alternativa podría ser pasar su vida reparando baños y en esta situación Elke no podrá ayudarlo.

2. Modelado de Sistemas de Depósitos Acoplados.

2.1 Modelo de depósito simple.

Es importante entender las matemáticas de cómo se comportan los los sistemas de depósitos acoplados. Este es un modelado de sistemas y es una parte importante de análisis de sistemas de control. Para empezar, observe un sistema de depósito simple en la figura 1.

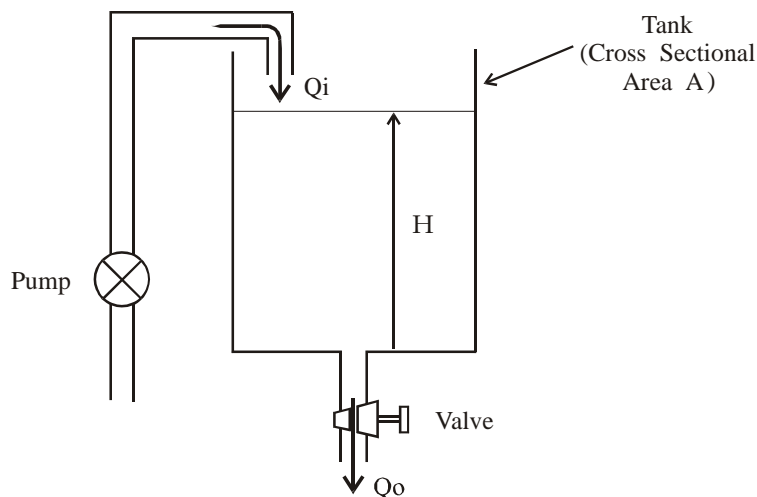


Figura 1: Sistema de nivel con un solo tanque.

El modelo del sistema está determinado para relacionar el flujo Q_i dentro del tanque con el flujo Q_o dejando la válvula al botón del tanque. Usando una ecuación de equilibrio de flujo dentro del tanque, es posible escribir:

$$Q_i - Q_o = A \frac{dH}{dt} \quad (1)$$

donde A es el área transversal del tanque y H es el peso del fluido.

Si la válvula es diseñada para comportarse como un orificio, entonces el fluido que pasa la válvula será relacionado con el nivel de fluido en el tanque, H , por la expresión:

$$Q_o = C_d a \sqrt{2g.H} \quad (2)$$

En esta ecuación a es el área transversal del orificio, (en la práctica, el área transversal será dada por las dimensiones de la válvula y el canal de flujo en el cual está montado). C_d es llamado el coeficiente de descarga de la válvula. Este coeficiente toma en cuenta todas las características del fluido, pérdida e irregularidades en el sistema como ambos lados de la ecuación de balance. Y $g = \text{cte. Gravitacional} = 980 \text{ cm/sec}^2$.

La ecuación 2 toma a C_d como una constante por lo que Q_o tiene una relación no lineal con el nivel H para todas las posibles condiciones de operación. Idealmente, la relación no lineal está definida por la ecuación 2, pero en una válvula real hay una ecuación no lineal más compleja. Combinando las ecuaciones 1 y 2 tenemos:

$$A \frac{dH}{dt} + C_d a \sqrt{2gH} = Q_i \quad (3)$$

Esta ecuación es el modelo matemático que describe el comportamiento del sistema, y podemos ver de nuevo cosas no lineales en el modelado del sistema. Aparentemente es igual a mi artículo de Servo Control, pero con una importante diferencia. En el problema del nivel del tanque la no linealidad es suave y puede ser hecho lineal en un nivel particular de operación H mediante el uso de la pendiente de la no linealidad en la H . Esto tiene el resultado importante que el modelo del sistema linealizado tiene parámetros que dependen de las condiciones de operación. Los sistemas dinámicos cambiarán como los cambios normales en el nivel de operación. Por favor recuerde esto, porque es muy importante que el controlador del nivel del tanque sea insensible para que el parámetro cambie en el modelo.

El modelo del sistema, (ecuación 3), es una ecuación diferencial de primer orden relacionando el nivel de flujo de entrada, Q_i , con el nivel de salida del agua, H . En orden, para diseñar un controlador lineal para el nivel del tanque, debemos linealizar la ecuación considerando pequeñas variaciones h cerca del nivel normal de operación del fluido en el tanque. La ecuación es la siguiente:

$$H = H^o + h$$

Donde H^o es el nivel normal de operación, y es una constante, h es un pequeño cambio cercano a ese nivel. Para pequeñas variaciones de h cercanas a H^o podemos aproximar la función no lineal mediante la tangente de H^o . Esto permite una ecuación diferencial lineal:

$$T \frac{dh}{dt} + h = g.q_i \quad (4)$$

Donde q_i es la variación en el flujo de entrada Q_i , necesitado para mantener el nivel de operación H^o . La constante de tiempo T y la ganancia g son función de los parámetros y niveles de operación.

2.2 Modelo de Tanque Acoplado.

Cuando dos tanques están juntos, se forma el sistema de tanques acoplados (figura 2). ¿Cuál es el objetivo del control con los tanques acoplados? En los depósitos acoplados, los estados del sistema son el nivel H_1 en el tanque 1 y el nivel H_2 en el tanque 2. Si la entrada de control es la velocidad de flujo de la bomba Q_i , entonces la variable para ser controlada sería normalmente el segundo estado, el nivel H_2 , con disturbios causados por variaciones en el índice de flujo del sistema por la válvula B o por cambios en la válvula C. Es necesario construir un modelo para cada uno de los niveles del tanque.

Para el Tanque 1, la ecuación del equilibrio de flujo es:

$$Q_i - Q_b = A \frac{dH_1}{dt} \quad (5)$$

donde la nueva variable es el índice de flujo Q_b del fluido del tanque 1 al tanque 2 a través de la válvula B.

Para el Tanque 2 la ecuación del equilibrio de flujo es:

$$Q_b - Q_c = A \frac{dH_2}{dt} \quad (6)$$

La nueva variable el índice de flujo Q_c del fluido del Tanque 2 a través de la Válvula C.

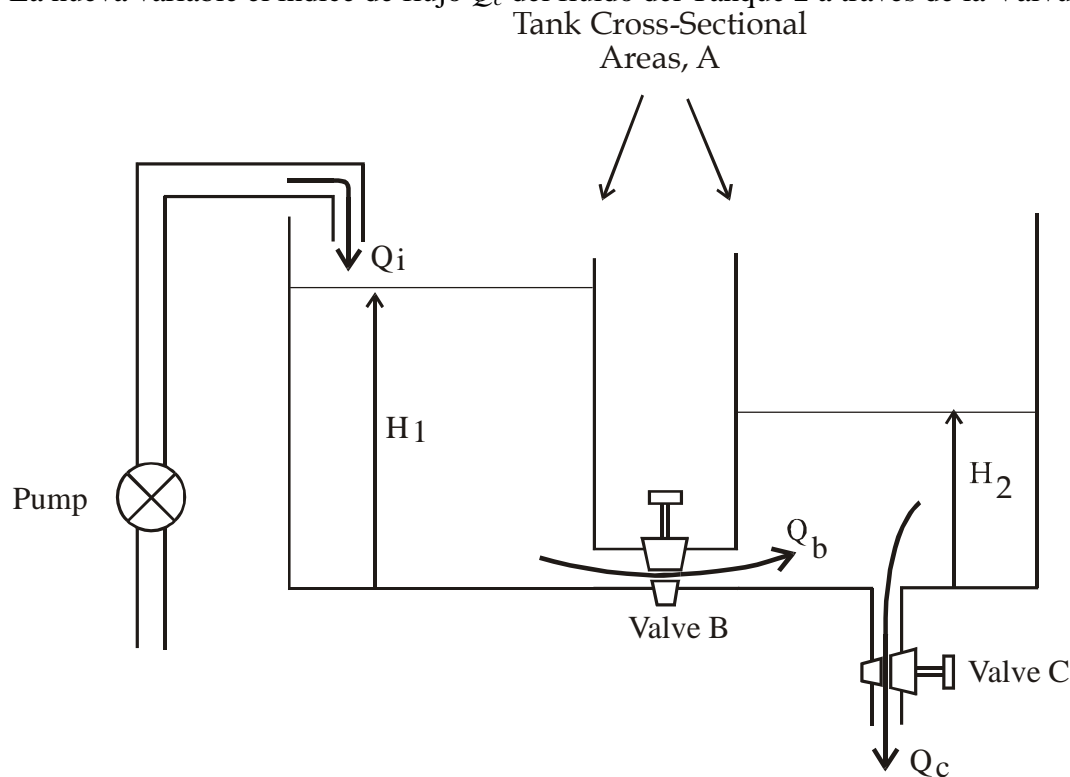


Figura 2: Un sistema de tanques acoplados.

El modelado del sistema viene de las dos ecuaciones de flujo y de la ecuación no lineal para el flujo a través de las válvulas. Si las válvulas son orificios ideales, el sistema no lineal es de nuevo regida por una raíz cuadrada. Las dos ecuaciones de flujo para válvulas ideales son:

$$\begin{aligned} Q_i - C_{db} a_b \sqrt{2g(H_1 - H_2)} &= A \frac{dH_1}{dt} \\ C_{db} a_b \sqrt{2g(H_1 - H_2)} - C_{dc} a_c \sqrt{2gH_2} &= A \frac{dH_2}{dt} \end{aligned} \quad (7)$$

La ecuación 7 describe los sistemas dinámicos de depósitos acoplados en su forma no lineal con ecuaciones ideales para las válvulas. En aplicaciones generales, la ley de la raíz cuadrada es solamente una aproximación. Para diseñar los sistemas de control para los tanques acoplados las ecuaciones son linealizadas mediante variaciones pequeñas q_i en Q_i , h_1 en H_1 y h_2 en H_2 . Las variaciones son tomadas con respecto a los niveles de operación normales, H_1^o y H_2^o . La linealización de ecuaciones (7) proporciona las ecuaciones de estado para los tanques acoplados:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} \\ k_{21} & k_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} A^{-1} \\ 0 \end{bmatrix} q_i \\ \begin{bmatrix} h_1 \\ h_2 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (8)$$

Los coeficientes de la matriz d estados, $k_{11}, k_{12}, k_{21}, k_{22}$ son función de los niveles de operación en los tanques, y por lo tanto los parámetros del modelo de estado variarán de la misma forma que varía el nivel de operación. Favor de recordar que el sistema tiene variaciones dinámicas cuando usted habla del controlador de diseño.

Modelos de transferencia de funciones son populares sistemas de procesos y por lo tanto, escribiré también la ecuación de transferencia. Definiendo el sistema de salida para ser el nivel en el tanque 2 y la entrada y la entrada como la bomba de flujo, la función de transferencia del tanque acoplado es:

$$\frac{h_2(s)}{q_i(s)} = \frac{G}{(T_1s + 1)(T_2s + 1)} \quad (9)$$

La constante de tiempo T_1 y T_2 están relacionados con los niveles de operación en los tanques, con la diferencia en los niveles de los tanques y son directamente proporcionales al área transversal de los tanques. Una vez le reclamé a mi jefe que yo salía tarde de trabajar porque me tomaba mucho tiempo el examinar una planta procesadora de leche con esos grandes depósitos. Se lo recordé repitiendo: “Grandes tanques hacen grande la constante de tiempo Ele, y una gran constante de tiempo puede suavizar muchos problemas en los procesos”.

2.3 Multi-entrada - Modelo de tanque acoplado

El sistema de tanques acoplados puede ser extendido en muchas formas. La forma más interesante son los tanques acoplados de multi entradas. Esto está hecho con otra bomba suministrando fluido al tanque 2 y otra válvula permitiendo al fluido dejar el botón del tanque 1. Esto hace un sistema con dos salidas interactuando (h_1, h_2) y dos entradas (q_1, q_2). El resultado es un interesante sistema multivariable con muchas posibilidades de control (eso no incumbe a este artículo). Quizá algún día haga un artículo sobre las cosas interesantes que se pueden hacer con el control multivariable. No por ahora.

3. Ejemplo de un sistema de control de tanques

La figura 3 muestra el sistema de Tanques Acoplados CE105. Esta representación del problema del control de los tanques acoplados se ha convertido en un sistema estándar entre los educadores de sistemas de control, debido a que incluye todas las características importantes de controladores de nivel y un diseño simple y flexible.



Figura 3. El sistema de tanques acoplados CE105

Las características de llave de los Tanques Acoplados pueden ser vistas en la figura 3. Hay dos tanques ubicados lado por lado. En medio de ellos está una válvula ajustable que puede ser usada para cambiar el flujo en medio de los tanques. El botón de cada tanque es una válvula ajustable que puede ser usada para cambiar el flujo del tanque. A mano izquierda está una bomba controlada eléctricamente la cual a su vez controla el flujo dentro del primer tanque. Este flujo es controlado por una señal eléctrica aplicada al sistema de transmisión de la bomba de un sistema de control. Es también posible poner otra bomba eléctrica sobre el lado derecho del tanque 2 por lo que puede haber dos flujos de entrada hacia el tanque controlados externamente. Las salidas son los niveles medidos en cada tanque. Usted puede ver que los Tanques Acoplados pueden ser usados para representar diversos tipos diferentes de controles de nivel. El más simple es el controlador de nivel de un tanque, luego viene el controlador de nivel para el doble tanque y el más complejo es el de tanques acoplados multivariables. Usando las válvulas en diferentes posiciones los parámetros de los sistemas de control pueden ser alterados para dar muchas combinaciones de constantes de tiempo e interacciones.

¿Recuerda mi historia acerca de “tanques robustos”? Bueno, los tanques acoplados han sido diseñados para dar constantes de tiempo en el rango de 50 a 200 segundos. Este rango da una idea de los problemas en los sistemas de control de lenta respuesta, pero no tan lenta que usted tenga que estar toda la noche para hacer mediciones.

4. Control de Nivel de los Tanque Acoplados.

Existen muchas teorías de diseño de controladores que pueden ser usadas para controlar el nivel de fluido en los tanques. Todos los métodos que enlisté en mi artículo de Servo Control son posibles,

incluyendo el control confuso. Pero es importante conocer que los parámetros en los modelos de sistemas de control de nivel pueden ser difíciles de medir en forma exacta. También el modelo de raíz cuadrada del flujo a través de la válvula es una aproximación. A causa de esas incertidumbres, los ingenieros prefieren medir las constantes de tiempo de los sistemas en forma experimental durante el diseño y para usar leyes simples de control que tienen dos propiedades importantes:

- Los técnicos pueden afinar los sistemas de control sin mucho entrenamiento.
- Las leyes de control trabajan aceptablemente aunque cambien los parámetros del sistema.

Debido a esos requerimientos es común usar la famosa ley de control PID (proporcional, integral, derivativa). En la siguiente sección mostraré cómo esto podría ser hecho para un solo tanque de los Tanques Acoplados. Para prepararse para esto, he cerrado la válvula entre los tanques y cambié la válvula en el botón del tanque 1 por una media válvula.

5. Ejemplo de un Diseño de Sistema de Control de Nivel

El problema especificado de control es mantener el nivel del fluido en el tanque 1 al punto medio. El estado constante del voltaje de la bomba que mantiene el fluido a este nivel es aproximadamente de 3 volts. Tengo que construir un elevador de voltaje a pasos de 1 volt para el voltaje de la bomba y medir la respuesta a pasos en el nivel del fluido. De aquí, encontré que la constante de tiempo T y ganancia g para el primer modelo de ordenador son aproximadamente:

$$T = 40 \text{ seconds}$$

$$g = 1.5$$

Estos resultados son aproximados porque la respuesta no es completamente estable como se muestra en la figura de la prueba que hice (figura 4). Los niveles de flujo durante el examen y el punto final son difíciles de determinar y hay siempre algún ruido sobre la medición del peso del fluido. Estos son problemas comunes en sistemas reales. El problema puede ser sobrellevado con herramientas de identificación del sistema pero yo quiero mostrar métodos que son fáciles de usar con un mínimo de equipamiento y cuando usted tenga que montar un controlador en corto tiempo.

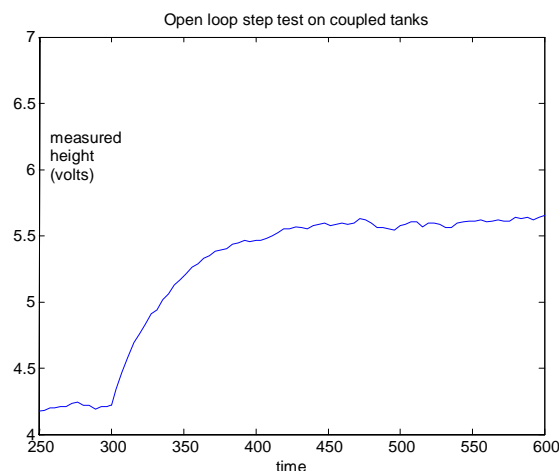


Figura 4. Respuesta al escalón del nivel del tanque.

Personalmente no frecuento usar acciones derivativas en mis controladores y para controladores de nivel es posible usar un controlador PI (Integrador extra proporcional, por sus siglas en inglés). El

término *integral* es usado para dar cero errores de estado y el término *proporcional* permite a la velocidad de respuesta del lazo cerrado ser ajustada. Un experimentado ingeniero en procesos debería ser capaz de activar el controlador PI después de observar el examen y una pequeña mirada a los tamaños de las válvulas de control en la línea de alimentación del tanque. De todos modos, permítamelo hacerlo científicamente: podemos aprender ‘pequeños cortes’ después. La ecuación para el controlador PI es:

$$u(t) = k_p e(t) + k_i \int_0^t e(\tau) d\tau \quad (10)$$

donde k_p es la ganancia proporcional, k_i es la ganancia de la integral, $e(t)$ es el error entre la señal de referencia $r(t)$ y la salida $y(t)$ y $u(t)$ es la señal aplicada a la terminal de la bomba. Tomando la función de transferencia de la ecuación (10) y combinándola con la función de transferencia del modelo de tanque simple, la ecuación de lazo cerrado es:

$$y(s) = \frac{g(k_i + k_p s)r(s)}{Ts^2 + s(1 + gk_p) + gk_i} + \frac{(sg)d(s)}{Ts^2 + s(1 + gk_p) + gk_i} \quad (11)$$

Esta es la ecuación del sistema de segundo orden, donde $r(s)$ es la señal de referencia y $d(s)$ es una interrupción al flujo del tanque. Podemos comparar los parámetros con la ecuación estándar de segundo orden y tomar valores de ganancia proporcional e integral para dar una frecuencia natural desamortiguada deseada y un factor de amortiguamiento. Aquí están algunos tips de *Tante Elke* para diseñar el controlador PI:

- La respuesta de segundo orden produce el rechazo de la alteración de la función de transferencia, esto es lo que normalmente se requiere debido a que el nivel de referencia es constante. La respuesta a los cambios en la señal de referencia dependerá del numerador para la parte de la señal de referencia de la función de transferencia también como el denominador.
- Siempre debe checar la posición de operación del estado inmóvil de las válvulas y dispositivos en el sistema. Las válvulas de control deben ser operadas entre el 30 y 70% para las condiciones de operación normales. Sino podría haber un problema en el tamaño de la válvula.
- Tenga cuidado de las respuestas en lazo cerrado que dan una gran ganancia de la integral; el integrador puede finalizar y causar grandes problemas en el controlador.
- Pruebe sus dispositivos sobre un simulador como el CE2000. Las simulaciones pueden revisar rápidamente la respuesta aproximada y salvar muchos sintonizadores manuales del sistema real.

Por experiencia se que una frecuencia natural de 0.01 Hz y un factor de amortiguamiento de 1 puede dar buenas respuestas a las alteraciones sin demasiadas acciones de control. El montado del sistema de control para esto da los parámetros de control:

$$k_p = 2.7, k_i = 0.1$$

Los valores de ganancia como esos son muy razonables, y el sistema de control es sintonizado conservativamente. Ganancias mayores podrían dar respuestas más rápidas si se requieren. Las señales de control para el actuador serán más grandes y pueden tener un impacto negativo sobre las válvulas y motores. Mi jefe en la fábrica de productos lácteos me ha dicho que era correcto sintonizar el controlador para ser muy rápido demasiado grande, como yo era el ingeniero quien había venido en la noche a la fábrica a reparar los sistemas de válvulas. Después de esto yo he sintonizado mis controladores para que pueda dormir en las noches.

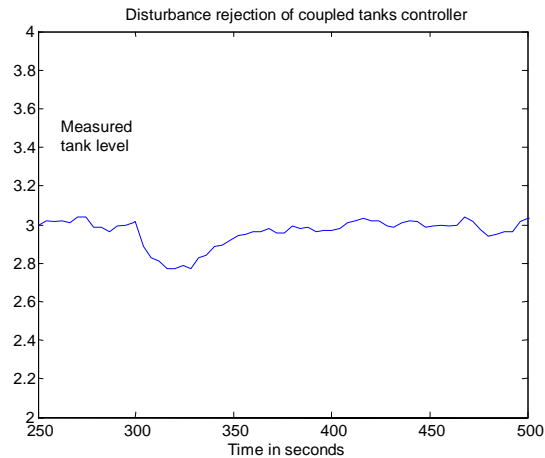


Figura 5. Rechazo de perturbaciones en el lazo cerrado del sistema de tanques acoplados.

Finalmente la figura 5 muestra la respuesta de rechazo a alteraciones para el sistema de control. La señal de referencia es 3 volts (cerca de 40% de la capacidad del tanque) y el error fue hecho para abrir la válvula al 10%. El nivel se recupera después de cerca de 60 segundos; esto podría ser hecho más rápido mediante la sintonización del controlador, pero yo solamente haría esto si la especificación requiere un sistema más rápido. También el controlador del sistema trabaja completamente bien cuando la señal de referencia cambia (cambia el tiempo constantemente), por lo que hay algunas robustezes en el controlador. No estoy haciendo un análisis profundo de este tipo de sistemas debido a que es demasiado simple pero mucha gente los hace.

6. Palabras finales de Elke

Espero que haya obtenido algunas ideas de la importancia de estos sistemas de control en este artículo. Yo lamento decir que no es posible responder preguntas acerca de el contenido de nuestro artículo, a menos que tengamos un contrato con su organización. Para más información acerca del Sistema de tanques acoplados CE105 o de la herramienta de simulación CE2000 dirigirse al sitio web de TQ Education and Training usando la liga de nuestro sitio web www.control-systems-principles.co.uk o usar el correo electrónico info@tq.com. Para más información sobre control integral extra proporcional y control de tres términos, revisar las siguientes páginas de nuestro sitio web, nosotros planeamos un artículo sobre controlador de tres términos y podría aparecer cuando usted lo vea. Si no está, entonces sea paciente con nosotros. Para aprender más sobre controladores de nivel lea un libro sobre teoría de control. Un libro que usamos es: *Modern Control Systems*, R.C. Dorf and R.H. Bishop, Addison Wesley.

Aufwiedersehen!

Elke Laubwald